2011年全国硕士研究生入学统一考试

农学门类联考

数学

一、选择题:1～8小题,每小题4分,共32分,下列每题给出的四个选　　,　　一个选题　　,　　选　　的　　题　　.

(1) 当 $x \to 0$ 时,下列函数为无穷大量的是(　　)

(A) $\frac{\sin 3x}{x}$　　(B) $\cot x$　　(C) $\frac{1-\cot x}{x}$　　(D) $e^{\frac{1}{x}}$

(2) 设函数 $f(x)$ 可导,$f(0)=0, f'(0)=1, \lim\limits_{x\to 0}\frac{f(\sin^3 x)}{\lambda x^k}=\frac{1}{2}$,则(　　)

(A) $k=2, \lambda=2$　　(B) $k=3, \lambda=3$　　(C) $k=3, \lambda=2$　　(D) $k=4, \lambda=1$

(3) 设 $I_1=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\sin x}{x}dx,\quad I_2=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\sin x}dx$,则(　　)

(A) $I_1<\frac{\pi}{4}<I_2$　　(B) $I_1<I_2<\frac{\pi}{4}$

(C) $\frac{\pi}{4}<I_1<I_2$　　(D) $I_2<\frac{\pi}{4}<I_1$

(4) 设函数 $Z=\arctan e^{(-xy)}$,则 $dz=$(　　)

(A) $-\frac{e^{xy}}{1+e^{zxy}}(ydx+xdy)$　　(B) $\frac{e^{xy}}{1+e^{zxy}}(ydx-xdy)$

(C) $-\frac{e^{xy}}{1+e^{zxy}}(xdy+ydx)$　　(B) $\frac{e^{xy}}{1+e^{zxy}}(ydx+xdy)$

(5) 将二阶矩阵 A 的第2列加到第1列得矩阵 B,再交换 B 的第1行与第2行得单位矩阵,则 $A=$(　　)

(A) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$　　(B) $\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$　　(C) $\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$　　(D) $\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$

(6) 设 A 为 4×3 矩阵,${}_1$: ${}_2$: ${}_3$ 是非齐次线性方程组 $Ax=$　的3个线性无关的解,k_1, k_2 为任意常数,则 $Ax=$　的通解为

(A) $\frac{{}_2+{}_3}{2}+k_1({}_2-{}_1)$

(B) $\frac{{}_2-{}_3}{2}+k_1({}_2-{}_1)$

(C) $\frac{{}_2+{}_3}{2}+k_1({}_3-{}_1)+k_2({}_2-{}_1)$

(D) $\frac{{}_2-{}_3}{2}+k_2({}_2-{}_1)+k_2({}_3-{}_1)$

(7) 设随机事件,A, B 满足 $A\subset B$ 且 $0<P(A)<1$,则必有(　　)

(A) $P(A)\geqslant P(A\mid A\cup B)$　　(B) $P(A)\leqslant P(A\mid A\cup B)$

(C) $P(B)\geqslant P(B\mid A)$　　(D) $P(A)\leqslant P(B\mid \overline{A})$

8. 设总体 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松颁布上,$X_1, X_2, \cdots X_n (n\geqslant 2)$ 为来自总体的简单随机样本,则对应的统计量 $T_1=\frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n}X_i, T_2\ \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n-1}X_i+\frac{1}{n}X_n$,有(　　)

(A)$ET_1 > ET_2, DT_1 > DT_2$

(B)$ET_1 > ET_2, DT_1 < DT_2$

(C)$ET_1 < ET_2, DT_1 > DT_2$

(D)$ET_1 < ET_2, DT_1 < DT_2$

题:9～14 小题,每小题 4 分,共 24 分,请　　题　　。

(9)设函数 $f(x)=\lim\limits_{x\to 0} x(1+3t)^{\frac{t}{x}}$,则 $f'(x)=$________.

(10)曲线 $y=x^3-3x^2+3x+1$ 在其拐点处的切线方程式是________.

(11)反常积分 $\int_1^{+\infty}\dfrac{dx}{x(x^2+1)}=$ ________.

(12)设函数 $z=(2x+y)^{3xy}$,则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,3)}=$________.

(13)设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$,$C=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$,$D=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&2&3\\0&0&3\end{pmatrix}$,且 3 阶矩阵 B 满足 $ABC=D$,则 $|B^{-1}|=$________.

(14)设二维随机变量(X,Y)服从正态分布 $N(\mu,\mu;\sigma^2,\sigma^2;0)$,则 $E(XY^2)=$________.

题:15－23 小题,共 94,请　　题　　的　　出　　,

.

(15)(本题满分 10 分)

设函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^x-\cos x}{x}, & x\neq 0,\\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续,求

(Ⅰ)a 的值;

(Ⅱ)$f'(x)$.

(16)(本题满分 10 分)

求不定积分 $\int\dfrac{\arcsin\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}dx$

(17)(本题满分 11 分)

设函数 $y=y(x)$ 是微分方程 $xdy+(x-2y)dx=0$ 满足条件 $y(1)=2$ 的解,求曲线 $y=y(x)$ 与 x

的　积 S.

(18)(本题满分 10 分)

:当 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$ 时,$\dfrac{\pi}{2}<x\sin x+2\cos x<2$.

(19)(本题满分 10 分)

计　二　积分 $\iint\limits_D y\,dx\,dy$,其　$D=\{(x,y)\mid x^2+(y-1)^2\leqslant 1, x\geqslant 0\}$ (20)(本题满分 10 分)

$\alpha_1=(1,2,1)^T,\alpha_2=(1,1,2)^T,\alpha_3=(1,-1,4)^T,\beta=(1,0,a)$,　a 为　值时,

(Ⅰ)β 不　$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性　;

(Ⅱ)β 可　$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性　,　式.

(21)(本题满分 11 分)

已知 1 是矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 的二重特征值.

(Ⅰ)求 a 的值;

(Ⅱ)求可逆矩阵 P 和对角矩阵 Q 使 $P^{-1}AP=Q$

(22)(本题满分 10 分)

设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	−1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P(X^2=Y^2)=1$

(Ⅰ)求二维随机变量(X,Y)的概率分布;

(Ⅱ)求 Z=XY 的概率分布;

(Ⅲ)求 X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY}.

(23)(本题满分 11 分)

设二维随机变量(X,Y)服从区域 G 上的均匀分布,其中 G 是由 $x-y=0$,$x+y=2$ 与 $y=0$ 所围成的三角形区域.

(Ⅰ)求 X 的边缘密度 $f_X(x)$;

(Ⅱ)求 $P\{X-Y\leqslant 1\}$.

1 B C

2 C

$$\lim_{x\quad 0}\frac{f(\sin^3 x)}{x^k}\quad \lim_{x\quad 0}\frac{f(\sin^3 x)\quad f(0)}{\sin^3 x}\frac{\sin^3 x}{x^k}\quad f'(0)\lim_{x\quad 0}\frac{x^3}{x^k}\quad \frac{1}{}\lim_{x\quad 0}x^{3\quad k}\quad \frac{1}{2}$$

2 k 3 C

3 A

$$0\quad x\quad \frac{}{4}\qquad \sin x\quad x\qquad \frac{\sin x}{x}\quad 1\quad \frac{x}{\sin x}$$

$$I_1\quad {}_0^{/4}\frac{\sin x}{x}dx\quad {}_0^{/4}dx\quad {}_0^{/4}\frac{x}{\sin x}dx\quad I_2$$

$I_1\quad \frac{}{4}\quad I_2$ A

4 A

$$dz\quad \frac{e^{\quad xy}}{1\quad e^{\quad 2xy}}(xdy\quad ydx)\quad \frac{e^{xy}}{1\quad e^{2xy}}(xdy\quad ydx)$$ A

5 D

$$A\begin{matrix}1&0\\1&1\end{matrix}\quad B\quad \begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}B\quad E\qquad A\quad \begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}^{1}\begin{matrix}1&0\\1&1\end{matrix}^{1}\quad \begin{matrix}1&1\\1&0\end{matrix}$$ D

6 C

${}_1,\ {}_2,\ {}_3\quad Ax$ ${}_3\quad {}_1,\ {}_2\quad {}_1\quad Ax\quad 0$

$$\frac{{}_2\quad {}_3}{2}\quad Ax\qquad \frac{{}_2\quad {}_3}{2}\quad k_1({}_3\quad {}_1)\quad k_2({}_2\quad {}_1)\quad Ax$$

C

7 B

$0\quad P(A)\quad 1\quad A\quad B\qquad 0\quad P(A)\quad P(B)\quad 1\qquad A\quad B\quad B, AB\quad A$

$$P(A|A\quad B)\quad P(A|B)\quad \frac{P(AB)}{P(B)}\quad \frac{P(A)}{P(B)}\quad P(A)$$ B

8 D

$X_1, X_2, \cdots, X_n$

$$E(X_1)\quad E(X_2)\quad \cdots\quad E(X_n)\qquad D(X_1)\quad D(X_2)\quad \cdots\quad D(X_n)$$

1

$E(T_1)\quad E(\frac{1}{n}\mathop{}_{i\;1}^{n} X_i)\quad \frac{1}{n}\mathop{}_{i\;1}^{n} E(X_i)\quad \frac{1}{n}\; n$

$E(T_2)\quad E(\frac{1}{n\quad 1}\mathop{}_{i\;1}^{n\;1} X_i\quad \frac{1}{n}X_n)\quad \frac{1}{n\quad 1}\mathop{}_{i\;1}^{n\;1}E(X_i)\quad \frac{1}{n}EX_n\quad \frac{1}{n\quad 1}(n\quad 1)\quad \frac{}{n}\quad \frac{}{n}$

$E(T_1)\quad E(T_2)$

$D(T_1)\quad D(\frac{1}{n}\mathop{}_{i\;1}^{n} X_i)\quad \frac{1}{n^2}\mathop{}_{i\;1}^{n} D(X_i)\quad \frac{1}{n^2}\; n\quad \frac{}{n}$

$D(T_2)\quad D(\frac{1}{n\quad 1}\mathop{}_{i\;1}^{n\;1} X_i\quad \frac{1}{n}X_n)\quad \frac{1}{(n\quad 1)^2}\mathop{}_{i\;1}^{n\;1}D(X_i)\quad \frac{1}{n^2}DX_n\quad \frac{}{n\quad 1}\quad \frac{}{n^2}$

$D(T_1)\quad D(T_2)$

D

9 $\underline{(3x\quad 1)e^{3x}}$

$f(x)\quad \lim_{t\quad 0} x(1\quad 3t)^{\frac{x}{t}}\quad x\lim_{t\quad 0}(1\quad 3t)^{\frac{1}{3t}3x}\quad xe^{3x}$

$f'(x)\quad e^{3x}\quad 3xe^{3x}\quad (1\quad 3x)e^{3x}$

10 $\underline{y\quad 2}$

$y'\quad 3x^2\quad 6x\quad 3\qquad y''\quad 6x\quad 6\qquad y'''\quad 6\qquad\qquad (1,2)$

$'(1)\quad 0$

13 $\frac{1}{6}$

$$|A| \quad 1, |B| \quad 1, |C| \quad 6, |ABC| \quad |D| \qquad |B| \quad \frac{|D|}{|AC|}$$

$$|B^{\ 1}| \quad |B|^{\ 1} \quad \frac{|AC|}{|D|} \quad \frac{1}{6}$$

14 $(\ ^{2} \quad ^{2})$

0 X Y $\quad E(XY^2) \quad EXE(Y^2) \quad E(Y^2)$

$$Y \sim N(\ ,\ ^{2}) \qquad DY \quad E(Y^2) \quad (EY)^2 \qquad E(Y^2) \quad DY \quad (EY)^2 \quad ^{2} \quad ^{2}$$

$$E(XY^2) \quad (\ ^{2} \quad ^{2})$$

15

$$\lim_{x \quad 0} f(x) \quad \lim_{x \quad 0} \frac{e^x \quad \cos x}{x} \quad \lim_{x \quad 0}(e^x \quad \sin x) \quad 1 \qquad f(0) \quad a \qquad a \quad 1$$

$f(x) \quad x \quad 0$

$$x \quad 0 \qquad f^{/}(x) \quad \frac{(e^x \quad \sin x)x \quad (e^x \quad \cos x)}{x^2} \quad \frac{e^x(x \quad 1) \quad x\sin x \quad \cos x}{x^2}$$

$$f^{/}(0) \quad \lim_{x \quad 0} \frac{f(x) \quad f(0)}{x} \quad \lim_{x \quad 0} \frac{\frac{e^x \quad \cos x}{x} \quad 1}{x} \quad \lim_{x \quad 0} \frac{e^x \quad \cos x \quad x}{x^2} \quad \lim_{x \quad 0} \frac{e^x \quad \sin x \quad 1}{2x}$$

$$\lim_{x \quad 0} \frac{e^x \quad 1}{2x} \quad \lim_{x \quad 0} \frac{\sin x}{2x} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

$$f^{/}(x) \quad \begin{matrix} \dfrac{e^x(x \quad 1) \quad x\sin x \quad \cos x}{x^2} & x \quad 0 \\ 1 & x \quad 0 \end{matrix}$$

16 $\quad \frac{\arcsin\sqrt{x} \quad 1}{\sqrt{x}}dx \quad \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx \quad \frac{1}{\sqrt{x}}dx \quad 2\sqrt{x} \quad 2 \quad \arcsin\sqrt{x}d\sqrt{x}$

$\arcsin\sqrt{x}d\sqrt{x} \qquad \sqrt{x} \quad t$

3

$$\arcsin\sqrt{x}d\sqrt{x} \quad \arcsin t dt \quad t\arcsin t \quad \frac{t}{\sqrt{1 \quad t^2}}dt \quad t\arcsin t \quad \sqrt{1 \quad t^2} \quad C_0$$

$$\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} \quad \sqrt{1 \quad x} \quad C_0$$

$$2\sqrt{x} \quad 2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} \quad 2\sqrt{1 \quad x} \quad C$$

17 $\quad xdy \quad (x \quad 2y)dx \quad 0 \qquad \frac{dy}{dx} \quad \frac{2}{x} \quad y \quad 1$

$$y \quad e^{\quad (\quad \frac{2}{x})dx}[\quad (\quad 1)e^{\quad (\quad \frac{2}{x})dx}dx \quad C] \quad x^2[\quad (\quad \frac{1}{x^2})dx \quad C]$$

$$x^2(\frac{1}{x} \quad C) \quad x \quad Cx^2$$

$y(1) \quad 2 \qquad$ C=1 $\qquad y \quad x^2 \quad x$

$y \quad x^2 \quad x \quad$ X $\qquad$ 1 0 $\quad$ 0 0

$$S \quad | \quad {}_1^0(x^2 \quad x)dx| \; |(\frac{1}{3}x^3 \quad \frac{1}{2}x^2)_1^0| \; | \quad \frac{1}{6}| \quad \frac{1}{6}$$

18 $\qquad f(x) \quad x\sin x \quad 2\cos x, 0 \quad x \quad \frac{}{2}$

$f^{/}(x) \quad \sin x \quad x\cos x \quad 2\sin x \quad x\cos x \quad \sin x$

$f^{//}(x) \quad x\sin x \quad \cos x \quad \cos x \quad x\sin x \quad 0 \quad 0 \quad x \quad \frac{}{2}$

$f^{/}(x) \quad (0,\frac{}{2}) \qquad f^{/}(x) \quad x \quad 0 \qquad f^{/}(x) \quad f^{/}(0) \quad 0 \qquad f(x)$

$(0,\frac{}{2}) \qquad f(x) \quad x \quad 0 \quad x \quad \frac{}{2} \qquad f(\frac{}{2}) \quad f(x) \quad f(0)$

$$\frac{}{2} \quad x\sin x \quad 2\cos x \quad 2$$

19 $\qquad x \quad r\cos \quad , y \quad r\sin$

$$_D ydxdy \quad {}_0^{/2}d \quad {}_0^{2\sin}(r\sin \quad)rdr \quad {}_0^{/2}\frac{8}{3}\sin^4 \quad d \quad \frac{}{2}$$

20 $\qquad {}_1, \; {}_2, \; {}_3 \qquad (\; {}_1, \; {}_2, \; {}_3) \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix}$

4

$$(\ _1, \ _2, \ _3 | \ ) \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & & 1\,0 \\ 1 & 2 & 4 & a \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3\ a & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1\,1\,1 & 1 \\ 0\,1\,3 & 2 \\ 0\,0\,0\,a & 3 \end{matrix}$$

$$a \quad 3 \qquad r(\ _1, \ _2, \ _3) \quad r(\ _1, \ _2, \ _3, \ ) \qquad (\ _1, \ _2, \ _3) \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix}$$

$_1, \ _2, \ _3$

$$a \quad 3 \qquad r(\ _1, \ _2, \ _3) \quad r(\ _1, \ _2, \ _3, \ ) \quad 2 \qquad (\ _1, \ _2, \ _3) \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix}$$

$$_1, \ _2, \ _3 \qquad (\ _1, \ _2, \ _3 | \ ) \quad \begin{matrix} 1\,1\,1\,1 \\ 0\,1\,3\,2 \\ 0\,0\,0\,0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1\,0 & 2 & 1 \\ 0\,1 & 3 & 2 \\ 0\,0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{matrix} \quad k \quad \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{matrix} \qquad (2k \quad 1) \ _1 \quad (\ 3k \quad 2) \ _2 \quad k \ _3$$

21

1 A A trA 1 1 0 1 0 1

$$1 \qquad |\ E \quad A| \quad 0 \qquad \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & a & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad 2a \quad 0 \qquad a \quad 0$$

$$A \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix} \qquad 1 \qquad E \quad A \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$1 \qquad _1 \ \begin{matrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} , \ _2 \ \begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{matrix}$$

$$1 \qquad E \quad A \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$1 \qquad _3 \ \begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix}$$

5

$$P \quad \begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} ,Q \quad \begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix} \qquad P^{1}AP \quad Q$$

22

$$P(X^2 \quad Y^2) \quad 1 \qquad P(X^2 \quad Y^2) \quad 1 \quad 1 \quad 0$$

$$P(X \quad 1, X^2 \quad Y^2) \quad P(X \quad 1, Y \quad 0) \quad P(X \quad 1 | X^2 \quad Y^2) P(X^2 \quad Y^2) \quad 0$$

$$P(X \quad 0, X^2 \quad Y^2) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad 0$$

$$P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad 0$$

$$P(X \quad 0, Y \quad 0) \quad P(X \quad 0) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad \frac{1}{3}$$

$$P(X \quad 1, Y \quad 1) \quad P(Y \quad 1) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad \frac{1}{3}$$

$$P(X \quad 1, Y \quad 1) \quad P(Y \quad 1) \quad P(X \quad 0, Y \quad 1) \quad \frac{1}{3}$$

X Y

X \ Y	1	0	1	
0	0	1/3	0	1/3
1	1/3	0	1/3	2/3
	1/3	1/3	1/3	

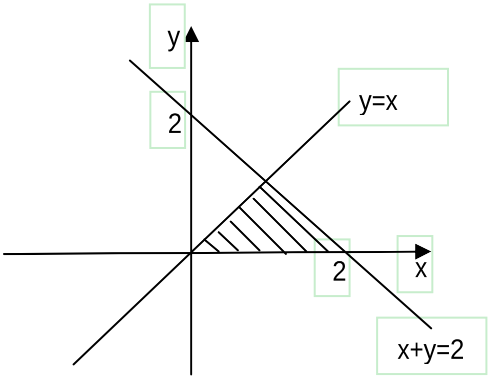
$$EX \quad 0 \frac{1}{3} \quad 1 \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} \qquad EY \quad (\ 1)\frac{1}{3} \quad 0 \frac{1}{3} \quad 1 \frac{1}{3} \quad 0$$

$$_{XY} \quad \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}} \quad \frac{EXY \quad EXEY}{\sqrt{DX}\sqrt{DY}}$$

$$EXY \quad (\ 1)\ 1 \frac{1}{3} \quad 1\ 1 \frac{1}{3} \quad 0 \qquad _{XY} \quad 0$$

6

23



$$S_G \quad 1 \qquad f(x,y) \quad \begin{matrix} 1, & (x,y) & G \\ 0, & (x,y) & G \end{matrix}$$

$$f_X(x) \qquad f(x,y)dy \qquad \begin{matrix} \int_0^x f(x,y)dy & x, & 0 \quad x \quad 1 \\ \int_0^{2\ \ x} f(x,y)dy & 2 \quad x, & 1 \quad x \quad 2 \\ 0, & & \end{matrix}$$

$$P(X \quad Y \quad 1) \qquad \iint\limits_{x \ \ y \ \ 1} f(x,y)dxdy \quad \int_0^1 dx \int_0^x dy \quad \int_1^{3/2} dx \int_{x \ \ 1}^{2 \ \ x} dy \quad \frac{3}{4}$$