

2013 年研究生入学统一考试数学 (三) 大纲

考试科目：微积分、线性代数、概率论与数理统计

考试形式和试卷结构

一、试卷满分及考试时间

试卷满分为 150 分，考试时间为 180 分钟。

二、答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

三、试卷内容结构

微积分	56%
线性代数	22%
概率论与数理统计	22%

四、试卷题型结构

试卷题型结构为：

单项选择题选题	8 小题，每题 4 分，共 32 分
填空题	6 小题，每题 4 分，共 24 分
解答题（包括证明题）	9 小题，共 94 分

微 积 分

一、函数、极限、连续

考试内容

函数的概念及表示法

函数的有界性、单调性、周期性和奇偶性

复合函数、反函数、分段函数和隐函数

基本初等函数的性 及 形

初等函数

函数 的 形

数 极限与函数极限的 及 性

函数的 极限和 极限

小 和 的概念及

小 的性 及 小 的 较

极限的四则运算

极限存在的 则：单调有界 则和 则
极限

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

高阶 数

一阶微分形式的不变性

微分中值 理

(, ,) 法则

函数单调性的 别

函数的极值

函数 形的 性、 点及渐近线

函数 形的描绘

函数的最 值与最小值

考试要求

1. 理解 数的概念及 性与连续性 间的 , 解 数的 与 (边际与性的概念), 线的切线方 和法线方 .
2. 基本初等函数的 数 式. 数的四则运算法则及复合函数的 法则, 分段函数的 数 反函数与隐函数的 数.
3. 解高阶 数的概念, 单函数的高阶 数.
 - 解微分的概念, 数与微分 间的 及一阶微分形式的不变性, 函数的微分.
 - 理解 () 理. (n) 中值 理. 解泰勒 理. 柯西 (C) 中值 理, 四 理的 单 .
 - 法则 极限.
 - 函数单调性的 别方法, 解函数极值的概念, 函数极值、最 值和最小值的 法 及 .
 - 数 断函数 形的 性 (: 在区间 (a,b) 内, 函数 $f(x)$ 具有二阶 数. 当 $f''(x) > 0$ 时, $f(x)$ 的 形 的 当 $f''(x) < 0$ 时, $f(x)$ 的 形 的), 函数 形的 点和渐近线.
9. 描 单函数的 形.

三、一元函数积分学

考试内容

函数和不 积分的概念

不 积分的基本性

基本积分 式

积分的概念和基本性

积分中值 理

积分 限的函数及 数

一 (N w n- bn z) 式

不, 积分和, 积分的换 积分法与分 积分法

反 () 积分

, 积分的

考试要求

1. 理解 函数与不, 积分的概念, 不, 积分的基本性 和基本积分 式, 不, 积分的换 积分法和分 积分法.
2. 解, 积分的概念和基本性 , 解, 积分中值, 理, 理解积分 限的函数 的 数, 一 式 及, 积分的换 积分法和分 积分法.
3. , 积分计算 形的 积, 的 积和函数的 值, , 积分 解 单的 题. . 解反 积分的概念, 计算反 积分.

四、多元函数微积分学

考试内容

函数的概念
二 函数的
二 函数的极限与连续的概念
有界闭区 二 连续函数的性
函数 数的概念与计算
复合函数的 法与隐函数 法
二阶 数
微分
函数的极值和条件极值、最 值和最小值
二 积分的概念、基本性 和计算
界区 单的反 二 积分

考试要求

1. 解 函数的概念, 解二 函数的 .
2. 解二 函数的极限与连续的概念, 解有界闭区 二 连续函数的性 .
3. 解 函数 数与 微分的概念, 复合函数一阶、二阶 数, 微分, 隐函数的 数.

· 解 函数极值和条件极值的概念, 函数极值存在的 条件, 解二 函数极值存在的充分条件, 二 函数的极值, 乘数法 条件极值, 单 函数的最大值和最小值, 解决 单 题.

· 解二 积分的概念与基本性, 二 积分的计算方法(直角坐标, 极坐标). 解 界区 较 单的反 二 积分 计算.

五、无穷级数

考试内容

数项级数收敛与发散的概念

收敛级数的和的概念

级数的基本性 与收敛的 条件

级数与 p 级数及 收敛性

正项级数收敛性的 别法

任 项级数的绝对收敛与条件收敛

交错级数与 理

幂级数及 收敛半径、收敛区间(指开区间)和收敛

幂级数的和函数

幂级数在 收敛区间内的基本性

单幂级数的和函数的 法

初等函数的幂级数展开式

考试要求

1. 解级数的收敛与发散. 收敛级数的和的概念.

2. 解级数的基本性 和级数收敛的 条件, 级数及 p 级数的收敛与发散的条件, 正项级数收敛性的 较 别法和 值 别法.

3. 解任 项级数绝对收敛与条件收敛的概念 及绝对收敛与收敛的 , 解交错级数的别法.

· 幂级数的收敛半径、收敛区间及收敛 .

· 解幂级数在 收敛区间内的基本性 (和函数的连续性、逐项 和逐项积分), 单幂级数在 收敛区间内的和函数.

· 解 e^x , x , $\cos x$, $\ln(1+x)$ 及 $(1+x)^\alpha$ 的麦克劳林(Maclaurin)展开式.

六、常微分方程与差分方程

考试内容

微分方程的基本概念

变量分离的微分方程

齐次微分方程

一阶线性微分方程

线性微分方程解的性质及解的结构定理

二阶常系数齐次线性微分方程及单的非齐次线性微分方程

差分与差分方程的概念

差分方程的通解与特解

一阶常系数线性差分方程

微分方程的应用

考试要求

1. 解微分方程及阶、解、通解、初始条件和特解等概念.
2. 变量分离的微分方程. 齐次微分方程和一阶线性微分方程的解法.
3. 解二阶常系数齐次线性微分方程.
解线性微分方程的性质及解的结构定理, 解自由项为多项式、指数函数、正弦函数、余弦函数的二阶常系数非齐次线性微分方程.
解差分与差分方程及通解与特解等概念.
解一阶常系数线性差分方程的解法.
微分方程应用题.

线性代数

一、行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质

行列式按行(列)展开定理

考试要求

1. 解行列式的概念, 行列式的性质.
2. 行列式的性质和行列式按行(列)展开定理计算行列式.

二、矩阵

考试内容

矩阵的概念

矩阵的线性运算

矩阵的乘法

方阵的幂

方阵乘积的行列式

矩阵的相似

逆矩阵的概念和性

矩阵可逆的充分必要条件

伴随矩阵

矩阵的初等变换

初等矩阵

矩阵的秩

矩阵的等价

分块矩阵及其运算

考试要求

1. 理解矩阵的概念，理解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵的性质，理解对称矩阵、反对称矩阵及正交矩阵等的性质。
2. 理解矩阵的线性运算、乘法、相似及它们的运算规律，理解方阵的幂与方阵乘积的行列式的性质。
3. 理解逆矩阵的概念，理解逆矩阵的性质及矩阵可逆的充分必要条件，理解伴随矩阵的概念，伴随矩阵求逆矩阵。
4. 理解矩阵的初等变换和初等矩阵及矩阵等价的定义，理解矩阵的秩的概念，理解初等变换求逆矩阵和秩的方法。
5. 理解分块矩阵的概念，理解分块矩阵的运算法则。

三、向量

考试内容

向量的概念

向量的线性组合与线性表示

向量组的线性相关与线性

向量组的极大线性无关组

等价向量组

向量组的秩

向量组的秩与矩阵的秩的关系

向量的内积

线性无关向量的正交规范化方法

考试要求

1. 理解向量的概念，向量的加法和数乘运算法则.
2. 理解向量的线性组合与线性表示、向量组线性相关、线性无关等概念，向量组线性相关、线性无关的判定方法.
3. 理解向量组的极大线性无关组的概念，向量组的极大线性无关组及秩.
理解向量组等价的概念，理解矩阵的秩与行（列）向量组的秩之间的关系.
理解内积的概念，线性无关向量组正交规范化的施密特（Schmidt）方法.

四、线性方程组

考试内容

线性方程组的克莱姆（Cramer）法则
小笔考研网 单项选择题（每小题2分）

1. 理解矩阵的特征值、特征向量的概念，矩阵特征值的性质，矩阵特征值和特征向量的方法。
2. 理解矩阵相似的概念，相似矩阵的性质，解矩阵相似对角化的充分条件，将矩阵化为相似对角矩阵的方法。
3. 实对称矩阵的特征值和特征向量的性质。

六、二次型

考试内容

二次型及其矩阵表示

合同变换与合同矩阵

二次型的秩

惯性定理

二次型的标准形和规范形

正交变换和配方法化二次型为标准形

二次型及其矩阵的正定性

考试要求

1. 解二次型的概念，矩阵形式表示二次型，解合同变换与合同矩阵的概念。
2. 解二次型的秩的概念，解二次型的标准形、规范形等概念，解惯性定理，正交变换和配方法化二次型为标准形。
3. 理解正定二次型、正定矩阵的概念，判别法。

概率论与数理统计

一、随机事件和概率

考试内容

随机事件与样本空间

事件的包含与运算

完备事件组

概率的概念

概率的基本性质

古典型概率

几何型概率

条件概率

概率的基本公式

事件的独立性

独立重复试验

考试要求

1. 解样本空间（基本事件空间）的概念，理解随机事件的概念，事件的包含及运算.
2. 理解概率、条件概率的概念，概率的基本性质，计算古典型概率和几何型概率，概率的加法公式、减法公式、乘法公式、全概率公式及贝叶斯（Bayes）公式等.
3. 理解事件的独立性的概念，事件独立地进行概率计算 理解独立重复试验的概念，计算有放回事件概率的方法.

二、随机变量及其分布

考试内容

随机变量

随机变量的分布函数的概念及性质

离散型随机变量的概率分布

连续型随机变量的概率密度

见随机变量的分布

随机变量函数的分布

考试要求

1. 理解随机变量的概念，理解分布函数 $F(x) = P\{X \leq x\} (-\infty < x < \infty)$ 的概念及性质，计算与随机变量相联系的事件的概率.
2. 理解离散型随机变量及其概率分布的概念，0-1 分布、二项分布 $B(n, p)$ 、几何分布、超几何分布、泊松（Poisson）分布 $P(\lambda)$ 及其性质.
3. 泊松定理的结论和条件，泊松分布近似表示二项分布.
4. 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，均匀分布 $U(a, b)$ 、正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ 、指数分布及其性质，其中参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布 $E(\lambda)$ 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} -\lambda x & \text{若 } x > 0 \\ 0 & \text{若 } x \leq 0 \end{cases}$$

随机变量函数的分布

三、多维随机变量及其分布

考试内容

维随机变 及 分 函数

二维离散型随机变 的概率分 、边缘分 和条件分

二维连续型随机变 的概率密度、边缘概率密度和条件密度

随机变 的独 性和不相 性

见二维随机变 的分

及 随机变 的函数的分

考试要求

1. 理解 维随机变 的分 函数的概念和基本性 .
2. 理解二维离散型随机变 的概率分 和二维连续型随机变 的概率密度、 二维随机变的边缘分 和条件分 .
3. 理解随机变 的独 性和不相 性的概念, 随机变 相互独 的条件, 理解随机变 的不相 性与独 性的 .

. 二维 匀分 和二维正态分 $N(u_1, u_2; \sigma_1^2, \sigma_2^2; \rho)$, 理解 中参数的概率 .

. 根据 随机变 的联合分 函数的分 , 根据 相互独 随机变 的联合分 函数的分 .

四、随机变量的数字特征

考试内容

随机变 的数学期望 (值)、方差、标 差及 性

随机变 函数的数学期望

切 雪夫 (C b v) 不等式

矩、协方差、相 数及 性

考试要求

1. 理解随机变 数字特征 (数学期望、方差、标 差、矩、协方差、相 数) 的概念, 运 数字特征的基本性 , 分 的数字特征.
2. 随机变 函数的数学期望.
3. 解切 雪夫不等式.

五、大数定律和中心极限定理

考试内容

切 雪夫 数 律

伯努 (B n) 数 律

辛钦 (K n n) 数 律

棣莫弗—普斯 (De Moivre) 定理

维—林德伯 (Levy-Andersson) 定理

考试要求

1. 解切雪夫数律、伯努利数律和辛钦数律 (独立同分布随机变量序列的数律).
2. 解棣莫弗—普斯中心极限定理 (二项分布正态分布为极限分布)、维—林德伯中心极限定理 (独立同分布随机变量序列的中心极限定理), 查标准正态分布表近似计算有 随机事件的概率.

六、数理统计的基本概念

考试内容

总

单

单随机样本

统计

验分 函数

样本 值

样本方差和样本矩

χ^2 分

t 分

F 分

分位数

正态总 的 抽样分

考试要求

1. 解总、单随机样本、统计、样本值、样本方差及样本矩的概念, 中样本方差为

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

2. 解产生 χ^2 变、 t 变 和 F 变 的典型模式 解标 正态分、 χ^2 分、 t 分 和 F 分 得 侧 α 分位数, 查相 的数值表.
3. 正态总 的样本 值. 样本方差. 样本矩的抽样分 .
解 验分 函数的概念和性 .

七、参数估计

考试内容

点估计的概念

估计 与估计值

矩估计法

最 似然估计法

考试要求

1. 解参数的点估计、估计 与估计值的概念.
2. 矩估计法（一阶矩、二阶矩）和最 似然估计法.