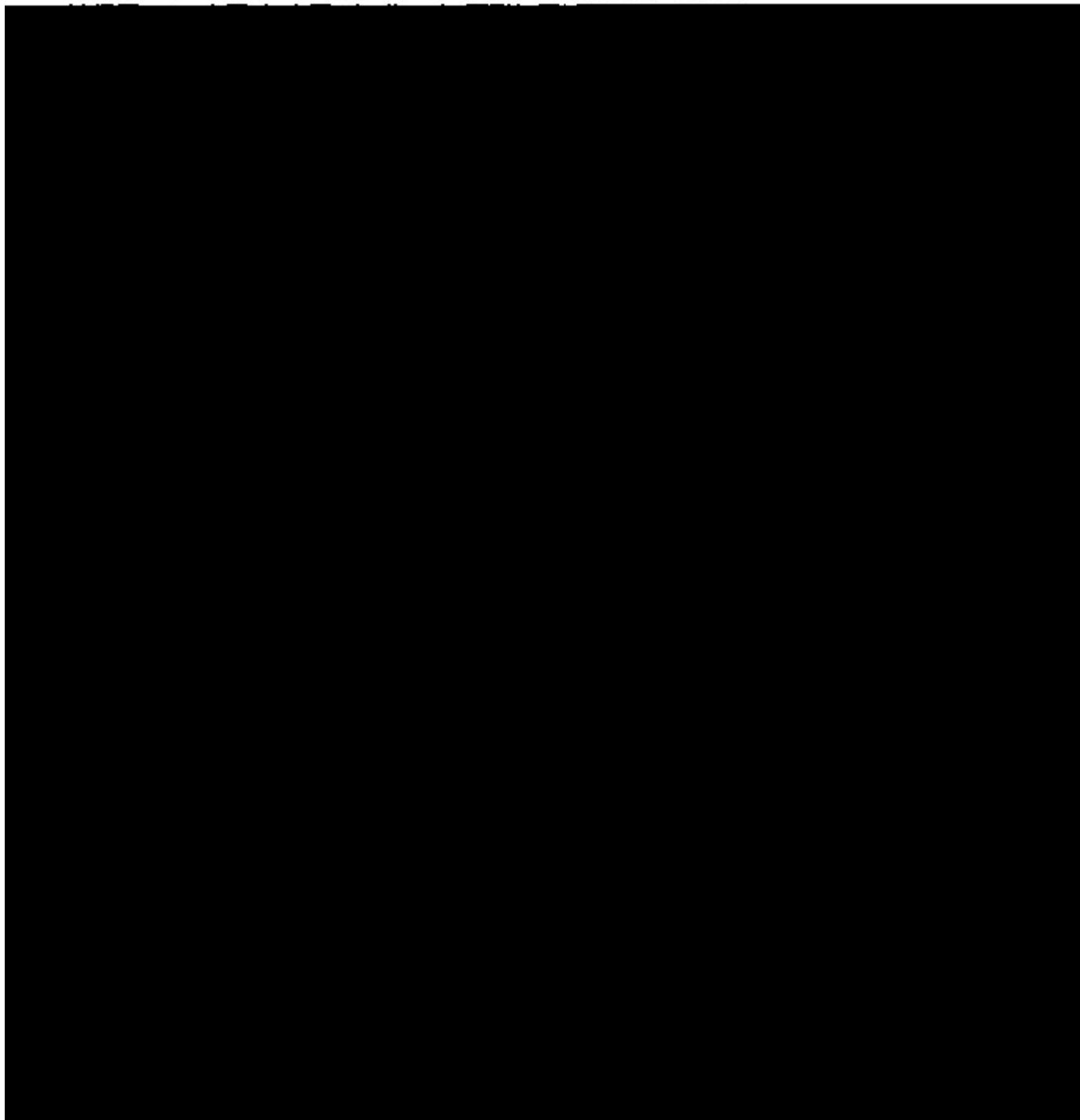




二、填空题：9~14小题，每小题4分，共24分。请将答案写在答题纸指定位置上。

(9) $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{3}{x}} =$

(10) 函数 $y = x^2(2\ln x - 1)$ 的极值点 $x =$

(11) 曲线 $y = \sqrt{x-1}$ 与 $x = 4$ 及 $y = 0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周得到的旋转体的体积 $V =$

(12) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, 则 $A+B =$

(13) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, C 是 A 的伴随矩阵, 将 C 的第二列加到第一列得矩阵 D , 则 $|A+B+D| =$

(14) 设 A, B 是两个互不相容的随机事件, 设 $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A|B) =$

三、解答题：15~23小题，共94分。请将解答写在答题纸指定位置上。

解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(15) (本题满分15分)

求曲线 $y = \ln(x+1)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程。

(16) (本题满分10分)

设函数 $f(x) = \max\{1, x^2, x^3\}$, 求不定积分 $\int f(x) dx$

(17) (本题满分10分)

求函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ 的极值

(18) (本题满分14分)

设 $f(x) = \ln x$, 求 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的泰勒展开式

(20) (本题满分11 分)

$$\text{设 } A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a \\ a & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(1) 计算行列式 $|A|$;

(2) 当实数 a 为何值时, 方程组 $Ax = \beta$ 有无穷多解, 并求其通解.

(21) (本题满分10分)

$$\text{设 } A = \begin{bmatrix} a & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ 为 } A \text{ 的属于特征值 } -2 \text{ 的特征向量}$$

(1) 求 a, b 的值;

(2) 求可逆矩阵 P 和对角矩阵 Q , 使得 $P^{-1}AP = Q$.

(22) (本题满分10分)

设随机变量 X 服从参数为 $\lambda (\lambda > 0)$ 的指数分布, 且 $P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$,

(I) 求参数 λ ;

(II) 求 $P\{X > 2 | X > 1\}$.

2012 年全国研

来源 发布时间 2012 年 01 10

2012 年全国硕士研究生入学统一考试数农答案解析

一、选择题: 1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 下列每题给出的四个选项中, 只有一个选项符合题目要求的, 请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上.

(1) 设曲线 $y = \frac{1}{e^x - 1} + 1$ 水平渐近线的条数为 a , 铅直渐近线的条数为 b , 则 ()

- (A) $a=0, b=1$ (B) $a=1, b=0$ (C) $a=1, b=1$ (D) $a=2, b=-1$

【答案】(D)

【解析】 $y = \frac{1}{e^x - 1} + 1$, 由 $\lim_{x \rightarrow 0} y = \infty, x=0$ 为铅直渐近线, 由 $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1 + 1 = 0$,

为 $y=1, y=0$ 为水平渐近线, 故 $a=2, b=1$

数 $f(x)$ 满足 $\int_0^x f(t) dt = 4xe^{-2x}$, 则 $f(x)$ 的一个原函数 $F(x) =$ () (2) 设连续函

(A) $\frac{1}{2}e^{-2x}$ (B) $\frac{1}{2}e^{-2x} + 1$ (C) $\frac{1}{2}e^{-2x} - 1$ (D) $\frac{1}{2}e^{-2x} + 2$

【答案】B

【解析】

两边求导, 则有 $f(2x) \cdot 2 = 4xe^{-2x}$

可化简为 $f(x) = xe^{-x}$, 讨论 $F(x)$ 是否

A 选项: $-\frac{1}{2}(x+1)e^{-x} = e^{-x}(-x-1+1) =$

B: $-\frac{1}{2}(x+1)e^{-x} = -e^{-x}[-(x+1)+1] = e^{-x}x$

C: $[e^{-x}(x-1)]' = e^{-x}[1-(x+1)] = e^{-x}(2-x)$

D: $[\frac{1}{2}(x+1)e^{-x}]' = e^{-x}[x-1+1] = e^{-x}$

等于 $f(x)$ 。

$-\frac{1}{2}e^{-x}$ 错误

正确

错误

$(x-2)$ 错误

$a_n = S_n - S_{n-1} (n=2, 3, \dots)$, 则数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛 (3) 设数列 $\{S_n\}$ 单调增加, $a_n = S_n$,

() 的

(B) 必要非充分条件

(A) 充分非必要条件

(D) 既非充分也非必要条件

(C) 充分必要条件

【答案】(B)

【解析】因为 $a_n > 0$, 所以 $\{S_n\}$ 单

调不减。

则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (S_n - S_{n-1}) = 0$, 即数列 $\{S_n\}$ 有界是数列 $\{a_n\}$ 收敛

若 $\{S_n\}$ 有界, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 存在,

的充分条件。

反之, 若 $\{a_n\}$ 收敛, 则 $\{S_n\}$ 不一定有界。

例如, 取 $a_n = 1$, 则 a_n 收敛, 且 $S_n = n$ 无上界. 故选 (B).

(4) 设函数 $f(x, y)$ 连续, 交换二次积分次序 $\int_1^2 dx \int_1^x f(x, y) dy + \int_2^3 dx \int_1^{4-x} f(x, y) dy =$ ()

(A) $\int_1^2 dy \int_{y-4}^y f(x, y) dx$ (B) $\int_1^2 dy \int_y^{y-4} f(x, y) dx$

(C) $\int_1^2 dy \int_y^{4-y} f(x, y) dx$ (D) $\int_1^2 dy \int_{4-y}^y f(x, y) dx$

【答案】 C

【解析】 交换积分顺序

$$I = \int_1^2 dy \int_{1-y}^{4-y} f(x, y) dx$$

(5) 设 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ c_1 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ c_2 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ c_3 \end{pmatrix}$, $\alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ c_4 \end{pmatrix}$, 其中 c_1, c_2, c_3, c_4 为任意常数, 则下列向量

组线性相关的为 ()

(A) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ (B) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4$ (C) $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ (D) $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$

【答案】 C

【解析】

$$|\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4| = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ c_1 & c_3 & c_4 \end{vmatrix} = c_1 \times \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

故 $\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4$ 必定线性相关, 从而应选 C.

(6) 下列矩阵中不能相似于对角矩阵的为 ()

(A) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

【答案】 A

【解析】

B 的两个不同特征值是 1, 2, 故 B 可以相似对角化;

$$|\lambda E - C| = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & -1 \\ -1 & \lambda - 2 \end{vmatrix} = \lambda^2 - 3\lambda + 1 = 0, \text{ 其 } \Delta = 5 > 0, \text{ 有两个不同的特征值, 故 C 可以相似}$$

对角化;

D 是秩为 1 的矩阵, 特征值为 3, 0, 故 D 可以相似对角化;

而 A 的特征值为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$, 对应的线性无关特征向量只有 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, 故 A 不可以相似对角化.

(7) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从区间 $(0,1)$ 上的均匀分布, 则 $P\{X^2 + Y^2 \leq 1\} = ()$

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{\pi}{8}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

【答案】 D

【解析】 X 与 Y 的概率密度函数分别为

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad f_Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

函数为

又 X 与 Y 相互独立, 所以 X 与 Y 的联合密度

$$f(x, y) = f_X(x)f_Y(y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

$$P\{X^2 + Y^2 \leq 1\} = \iint_D f(x, y) dx dy = \iint_D 1 dx dy = \frac{\pi}{4}$$

简单随机样本, 则统计量 $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$ 服从 (8) 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为来自总体 $N(0, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$) 的

(A) $F(2, 2)$

(A) $N(0, 2)$

(B) $t(2)$

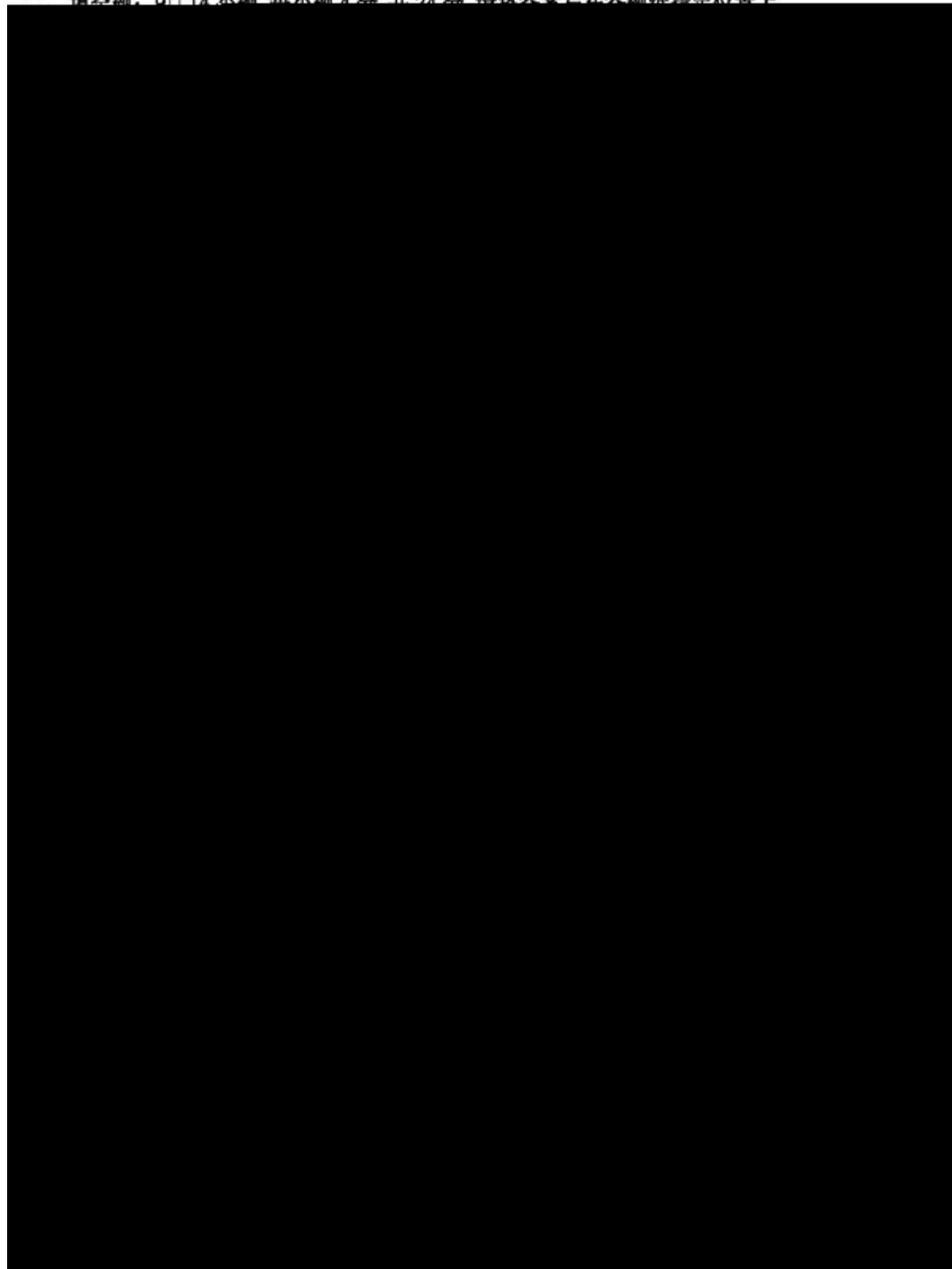
(C) $\chi^2(2)$

【答案】 (B)

$(0, \sigma^2)$, $X_4 \sim N(0, \sigma^2)$, 且他们之间 【解析】 $X_1 \sim N(0, \sigma^2)$, $X_2 \sim N(0, \sigma^2)$, $X_3 \sim N(0, \sigma^2)$, $X_4 \sim N(0, \sigma^2)$, 且他们之间相互独立, 从而 $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0, 1)$, $\frac{X_3}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0, 1)$, $\frac{X_4}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0, 1)$, 从而 $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \sim t(2)$.

$$\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2\sigma^2}} \sim t(2), \quad \frac{X_4}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0, 1), \quad \left(\frac{X_3}{\sqrt{\sigma^2}}\right)^2 + \left(\frac{X_4}{\sqrt{\sigma^2}}\right)^2 \sim \chi^2(2), \quad \text{从而} \quad \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}} \sim t(2)$$

一、填空题：9+14 小题，每小題 4 分，共 24 分。請將答案寫在答題紙指定位置上。



2012 年全国研

来源 发布时间 2012 年 01 10

【答案】 $\frac{\pi}{2}$

【解析】

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x e^{\sin(x-y)} [\sin(x-y)]$$

$$= -x e^{\sin(x-y)} \cos(x-y)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} \Big|_{(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})} = -\frac{\pi}{2} e^{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2})} \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$$

列加到第二列得矩阵 B , 则 $A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. (13) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, E 是 A 的伴随矩阵, 将 A 的第二

【答案】 9

【解析】

$$|A| = |A^*AP| = \|A\| \|E\| \|P\| = |A|^2 = 9. \quad \text{令 } P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ 由 } A \text{ 与 } B \text{ 的关系知 } B = AP, \text{ 则 } |A^*B|$$

$$\frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}, \text{ 则 } P(A|\bar{B}) = \underline{\quad\quad\quad}.$$

(14) 设 A, B 是两个互不相容的随机事件, 设 $P(A) =$

【答案】 $\frac{3}{4}$

$$\frac{P(AB)}{P(\bar{B})}, A \text{ 与 } B \text{ 互不相容} \quad \text{【解析】 } P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A-B)}{P(\bar{B})} = \frac{P(A)}{1-P(B)}$$

$$\therefore P(A|\bar{B}) = \frac{P(A)-0}{1-P(B)} = \frac{P(A)}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{3}{4}$$

请在指定位置作答, 答案应写出文字说明, 一、二、三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分, 请把答案写在答

演算步骤, 明过程或

题满分 10 分, 15 分

曲线 $\cos(x^2y) + \ln(y-x) = x+1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程: 求由

方程两边关于 x 求导得 $2xy \cos(x^2y) + \frac{1}{y-x} (y-x) - 1 = 1 + y'$

代入上式, 得 $y'|_{(0,1)} = 2$, 所以切线方程为 $y-1=2(x-0)$, 即 $2x-y+1=0$. $y=1+2x$

(16) (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = \max\{1, x^2, x^3\}$, 求不定积分 $\int f(x)dx$.

【解析】因为 $f(x) = \max\{1, x^2, x^3\}$, 所以 $f(x) = \begin{cases} x^3, & x \geq 1, \\ 1, & -1 < x < 1, \\ x^2, & x \leq -1. \end{cases}$

所以, 当 $x \geq 1$ 时, $F(x) = \int f(x)dx = \int x^3 dx = \frac{1}{4}x^4 + C_1$;

当 $-1 < x < 1$ 时, $F(x) = \int f(x)dx = \int 1 dx = x + C_2$;

当 $x \leq -1$ 时, $F(x) = \int f(x)dx = \int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C_3$.

由原函数的连续性, 可知 $\lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x)$, 即 $\frac{1}{4} + C_1 = C_2 + 1$. (1)

又 $\lim_{x \rightarrow -1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} F(x)$, 即 $C_2 - 1 = C_3 - \frac{1}{3}$. (2)

由(1)(2)得 $C_1 = C_2 + \frac{3}{4}$, $C_3 = C_2 - \frac{2}{3}$.

$$\text{所以, } F(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x^4 + \frac{3}{4} + C_2, & x \geq 1, \\ x + C_2, & -1 < x < 1, \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{3} + C_2, & x \leq -1. \end{cases}$$

(17) (本题满分 10 分)

求函数 $f(x, y) = xe^{\frac{x^2+y^2}{2}}$ 的极值

【解析】令 $\frac{\partial f}{\partial x} = e^{\frac{x^2+y^2}{2}} + x \cdot e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-x) = (1-x^2)e^{\frac{x^2+y^2}{2}} = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x \cdot e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-y) = (-xy)e^{\frac{x^2+y^2}{2}} = 0.$$

$$\text{得 } \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-x) \cdot (1-x^2) + e^{\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-2x) = (x^3-3x)e^{\frac{x^2+y^2}{2}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-1) \cdot y \cdot (-1) \cdot y \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} = (-1) \cdot y \cdot (-1) \cdot y \cdot e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} = y^2 e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \cdot (-y) \cdot (1-x^2) = (x^2 y - y) e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$$

$$\therefore A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(1,0)} = -2e^{-\frac{1}{2}}$$

$$B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(1,0)} = 0$$

$$C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(1,0)} = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$AC - B^2 = 2e^{-1} > 0 \quad \text{又} \quad A < 0$$

$\therefore (1,0)$ 为极大值点, $f(1,0) = e^{-\frac{1}{2}}$ 为极大值。

$$\text{或} \quad A = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{(-1,0)} = 2e^{-\frac{1}{2}}$$

$$B = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \Big|_{(-1,0)} = 0$$

$$C = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \Big|_{(-1,0)} = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$AC - B^2 = 2e^{-1} > 0 \quad \text{又} \quad A > 0$$

为极小值, $\therefore (-1,0)$ 为极小值点, $f(-1,0) = e^{-\frac{1}{2}}$ 为极小值. $\therefore (-1,0)$ 为极小值点, $f(-1,0) = -e$

(18) (本题满分 11 分)

求微分方程 $y' = \frac{y}{x \ln x}$ 满足条件 $y = e$ 当 $x = e$ 的解.

【解析】

因为 $y' = \frac{y}{x \ln x} = \ln x$, 由通解的公式可得

$$y = e^{\int \frac{1}{x \ln x} dx} \left[\int \ln x \cdot e^{-\int \frac{1}{x \ln x} dx} dx + C \right]$$

$$= e^{\ln \ln x} \left[\int \ln x \cdot e^{-\ln \ln x} dx + C \right]$$

$$= [x + C] \ln x$$

又因为 $x = e$ 时, $y = e$, 代入可得 $C = 0$, 因此解为 $y = x \ln x$

来源 发布时间 2012 年 01 10

$$\begin{aligned} f'''(x) &= \frac{-4 \times 2(1-x^2)(-2x)}{(1-x^2)^4} + \sin x \\ &= \frac{16x(1-x^2)}{(1-x^2)^4} + \sin x \end{aligned}$$

当 $x \in [0, 1)$ 时 $f''(x) \geq 0$, 从而 $f''(x)$ 单调递增, 则 $f''(x) \geq f''(0) = 2 > 0, x \in [0, 1)$, 所以 $f'(x)$ 单调递增, 即 $f'(x) \geq f'(0) = 0, x \in [0, 1)$, 所以当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x)$ 单调递增, 即 $f(x) \geq f(0) = 0, x \in [0, 1)$. 所以当 $-1 < x < 1$ 时, $f(x) \geq 0$, 即 $x \ln \frac{1+x}{1-x} + \cos x \geq 1 + \frac{x^2}{2}, (-1 < x < 1)$.

(21) (本题满分 10 分)

设 $A = \begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix}$, $\alpha = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 为 A 的属于特征值 -2 的特征向量.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 求可逆矩阵 P 和对角矩阵 Q , 使得 $P^{-1}AP = Q$.

【解析】(1) 由题意可知 $A\alpha = -2\alpha$, 即 $\begin{pmatrix} a & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & b & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = -2 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,

整理得 $\begin{cases} -a+1+1=2 \\ -1-b+1=-2 \\ 1-b=-2 \end{cases}$, 解得 $a=0, b=1$.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(1) \quad \lambda E - A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & -1 \\ 1 & \lambda & -1 \\ -1 & -1 & \lambda \end{pmatrix}$$

$$|\lambda E - A| = (\lambda-1)^2(\lambda+2) = 0,$$

$$= (\lambda-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = (\lambda-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

得 A 的特征值为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \lambda_3 = -2$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (E-A)x=0 \text{ 的基础解系为 } \alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(23) (本题满分 11 分)

设二维离散型随机变量 X 、 Y 的概率分布为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{3}$	0
2	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{1}{12}$

(I) 求 $P\{X=2Y\}$;

(II) 求 $\text{Cov}(X-Y, Y)$.

【解析】

$$(I) P\{X=2Y\} = P\{X=0, Y=0\} + P\{X=2, Y=1\} = \frac{1}{4} + 0 = \frac{1}{4}$$

(II) X 的概率分布为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1, \quad \text{故 } E(X) = 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

故 $E(X) = 0$

XY 的概率分布为

XY	0	1	2	4
P	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{12}$

$$0 \times \frac{7}{12} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times 0 + 4 \times \frac{1}{12} = \frac{2}{3}, \quad \text{故 } E(XY) = \frac{2}{3}$$

故 $E(XY) = \frac{2}{3}$

Y 的概率分布为

Y	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1, \quad \text{故 } E(Y) = 0 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{3} = 1$$

故 $E(Y) = 0$

